

La série statistique x possède 11 valeurs

$$v_1=1,5, v_2=1,55, \dots, v_{11}=2$$

d'effectifs respectifs

$$n_1=28, n_2=17, \dots, n_{11}=1.$$

L'effectif total est

$$N = \sum_{i=1}^{i=11} n_i = n_1 + \dots + n_{11} = 460.$$

1a) La moyenne de la série statistique x est

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{i=11} n_i \times v_i}{\sum_{i=1}^{i=11} n_i} = \frac{n_1 \times v_1 + \dots + n_{11} \times v_{11}}{n_1 + \dots + n_{11}} = \frac{790,3}{460} \sim 1,718.$$

1b) La variance de la série statistique x est

$$\text{var}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{i=11} n_i \times (v_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{i=11} n_i} = \frac{n_1 \times (v_1 - \bar{x})^2 + \dots + n_{11} \times (v_{11} - \bar{x})^2}{n_1 + \dots + n_{11}}$$

$$\sim 0,0097$$

L'écart-type de la série statistique x est

$$\sigma_x = \sqrt{\text{var}(x)} \sim 0,1.$$

1c) Interprétation du couple $(\bar{x}; \sigma_x) \sim (1,72; 0,1)$

- La moyenne $\bar{x} \sim 1,72$ m
paramètre de tendance centrale
(du point de vue de la taille de tous les termes).
- L'écart-type $\sigma_x \sim 0,1$ m
paramètre de dispersion des termes par rapport à la moyenne \bar{x} .

2a) Tableau des fréquences cumulées croissantes de la série statistique x

Valeur	1,5	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2
Effectif	28	17	31	48	112	89	74	46	12	2	1
Fréquence	$\frac{28}{460}$	$\frac{17}{460}$	$\frac{31}{460}$	$\frac{48}{460}$	$\frac{112}{460}$	$\frac{89}{460}$	$\frac{74}{460}$	$\frac{46}{460}$	$\frac{12}{460}$	$\frac{2}{460}$	$\frac{1}{460}$
Fréquence cumulée croissante	$\frac{28}{460}$	$\frac{45}{460}$	$\frac{76}{460}$	$\frac{124}{460}$	$\frac{236}{460}$	$\frac{325}{460}$	$\frac{399}{460}$	$\frac{445}{460}$	$\frac{457}{460}$	$\frac{459}{460}$	$\frac{460}{460}$
\sim	0,06	0,097	0,165	0,269	0,513	0,706	0,867	0,967	0,993	0,997	1

2b) Médiane de la série statistique x .

• Méthode 1

Le milieu de l'intervalle $[1; 460]$ des indices est $\frac{1+460}{2} = 230,5$.

La médiane m_x est le milieu des termes x_{230} et x_{231} , une fois les termes de la série ordonnée dans l'ordre croissant.

$$m_x = \frac{x_{230} + x_{231}}{2} = \frac{1,7 + 1,7}{2} = 1,7.$$

• Méthode 2

La médiane m_x est proche du second quartile Q_2 .

Le second quartile Q_2 est la plus petite valeur v dont la fréquence cumulée croissante $F(v)$ vérifie $F(v) \geq \frac{2}{4}$.

Avec la tableau 2a), on obtient

$$Q_2 = 1,7.$$

Ainsi

$$m_x \sim 1,7.$$

2c) Ecart-interquartile de la série statistique x .

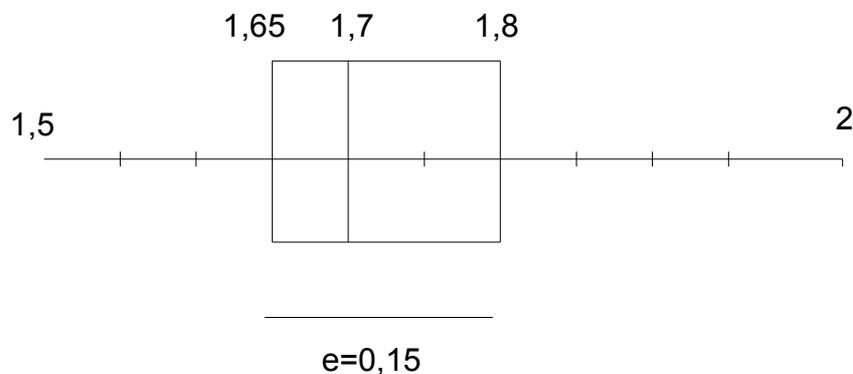
Le premier quartile Q_1 est la plus petite valeur v dont la fréquence cumulée croissante $F(v)$ vérifie $F(v) \geq \frac{1}{4}$. Avec la tableau 2a), on obtient $Q_1 = 1,65$.

Le troisième quartile Q_3 est la plus petite valeur v dont la fréquence cumulée croissante $F(v)$ vérifie $F(v) \geq \frac{3}{4}$. Avec la tableau 2a), on obtient $Q_3 = 1,8$.

L'écart-interquartile de la série statistique x est

$$e = Q_3 - Q_1 = 1,8 - 1,65 = 0,15.$$

2d) Diagramme en boîte de la série statistique x .



2e) Interprétation du couple $(m_x; e)$.

- La médiane $m_x = 1,7$: paramètre de tendance centrale (du point de vue de l'ordre des termes).
- L'écart-interquartile $e = 0,15$: paramètre de dispersion d'au moins 50 % des termes par rapport à la médiane.